

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ ФПМИ

Регламент проведения

Вступительные испытания включают в себя контест по программированию, письменный экзамен и устное собеседование.

Контест по программированию включает в себя 4-7 задач, проверка которых производится с помощью автоматической проверяющей системы.

Письменный экзамен включает 6-10 математических задач разного уровня сложности. Все задачи требуют полноценного решения с доказательствами. Во время экзамена разрешается пользоваться следующими ресурсами:

- Wikipedia.org
- Wolframalpha.com
- Live.sympy.org
- Python.org/shell

Подсчет ответа с помощью одной из этих систем не является полноценным решением или доказательством. Эти ресурсы могут использоваться только в качестве подсказки.

На выполнение заданий дается 3 астрономических часа.

Программа контеста по программированию

1. Типы данных и базовые операции в Python
2. Работа с базовыми структурами данных
3. Линейные операции и преобразования матриц
4. Работа со случайными числами
5. Базовая работа с текстовыми файлами

Программа письменного и устного экзаменов

1. Предел функции в точке. Критерий Коши. Определение сходимости по Гейне и эквивалентность определений.
2. Замечательные пределы.
3. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве. Равномерная непрерывность. Свойства функций, непрерывных в точке. Разрывы первого и второго рода.

4. Дифференцируемость функции в точке. Производная. Производные высших порядков.
5. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных.
6. Возрастание, убывание и экстремумы функций. Выпуклость и точки перегиба.
7. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа.
8. Формула Тэйлора и остаточный член в формуле Тэйлора.
9. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов с помощью правил Лопиталя.
10. Сходимость функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий и признаки равномерной сходимости.
11. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.
12. Степенные ряды. Сходимость степенного ряда.
13. Неопределенный интеграл и первообразная. Таблица интегралов.
14. Определенный интеграл (интеграл Римана). Интегральные суммы. Критерии интегрируемости по Риману. Вычисление площади под графиком функции. Интегральный критерий сходимости числового ряда.
15. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
16. Непрерывность и дифференцируемость функции нескольких переменных.
17. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков.
18. Формула Тэйлора для функции нескольких переменных.
19. Линейные отображения и инвариантное подпространство.
20. Матрицы, векторы и операции над ними. Определитель матрицы и способы его вычисления. Транспонирование. След матрицы.
21. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений
22. Обратная матрица и ее свойства. Способы нахождения обратной матрицы.
23. Собственные значения и собственные векторы.
24. Ортогональные и унитарные операторы. Сопряженный оператор.
25. Неотрицательно и положительно определенные операторы.
26. Классическое определение вероятности.
27. Непрерывные и дискретные случайные величины. Функция распределения и функция плотности.
28. Математическое ожидание и дисперсия.

Литература

1. Э.Б. Винберг, «Курс алгебры», МЦНМО, 2019, 4-е изд.
2. В.А. Зорич, «Математический анализ», МЦНМО, 2019, 10-е изд., исправл.
3. Л.Б. Кораллов, Я.Г. Синай, «Теория вероятностей и случайные процессы»,

МЦНМО, 2013.

4. У. Рудин, «Основы математического анализа», Москва: Мир, 1976.

5. Ian Goodfellow and Yoshua Bengio and Aaron Courville. “Deep Learning”. MIT Press, 2016